



Binära talsystem

Begreppet tas upp i reportaget "Universeum" (tv-serien På tal om matte, program 2).

Vad är ett binärt tal?

Ett tal som bara kan anta två olika värden (bi = två), t.ex. ett (1) eller noll (0). Eller som en lampa som antingen är tänd eller släckt.

Vad används binära tal till?

Dessa binära tal används i den digitala världen där bl.a. datorer utför sina beräkningar genom att skicka elektriska impulser. En etta motsvarar en elektrisk ström och en nolla ingen ström.

Hur används binära talsystem?

För att förklara hur binära tal byggs upp är det lämpligt att dra paralleller till det decimala talsystem som vi är vana vid.

Det decimala talsystemet är uppbyggt av tio siffror (0, 1, 2... 9). När vi skriver ett tal bestäms varje siffras värde av dess plats (position) i sifferserien. Man säger att det decimala talsystemet är uppbyggt med basen 10 vilket betyder att varje position i talet blir tio gånger mer värd för varje steg till vänster man pekar på. Låt oss ta ett tal: **1582** vilket kan skrivas så här:

$$1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 1 \times 1000 + 5 \times 100 + 8 \times 10 + 2 \times 1 = 1000 + 500 + 80 + 2 = 1582.$$

Den siffra som befinner sig längst till vänster är den mest signifikanta (den mest värda).
Siffrans position är alltså helt avgörande, man kallar det för ett positionssystem.

I det binära talsystemet är basen 2 vilket betyder att det endast finns två siffror (0 och 1). Detta talsystem är också ett positionssystem där den siffra som befinner sig längst till vänster är mest signifikant (den mest värda).

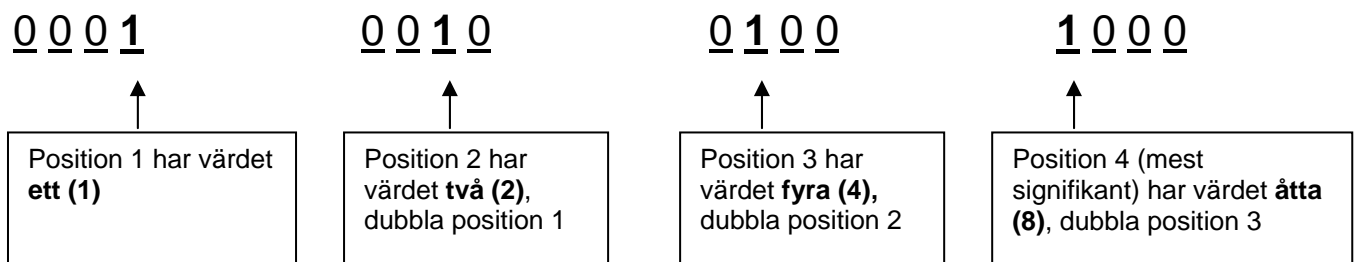
Betrakta följande binära tal: **0110** som kan skrivas så här:

$$0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 4 + 2 = 6.$$

Egentligen skriver man inte binära tal med en nolla först, den räknas ju inte.

Hur avläser man de binära talen?

Betrakta exemplet nedan där värdet på positionerna förklaras. Lägg märke till att i det binära talsystemet blir varje siffra 2 gånger mer värd för varje steg åt vänster.



Man kan säga att ettorna aktiverar värdet på den aktuella positionen, som en digital skylt med lysdioder med fyra siffror (8, 4, 2, 1) som antingen lyser (aktiverade) eller är släckta (avaktiverade).



Exempel:

Vad blir summan av siffrorna? Siffrorna i fet stil är aktiverade, de andra läses inte.

1 0 0 1

Lösning: $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 0 + 0 + 1 = 9$

Med fyra binära siffror kan man skriva 16 olika kombinationer. Betrakta talserien nedan.

0000 = 0

0001 = 1 → 0 0 0 **1** Denna plats är värd **1**

0010 = 2 → 0 0 **1** 0 Denna plats är värd **2**

0011 = 3

0100 = 4 → 0 **1** 0 0 Denna plats är värd **4**

0101 = 5

0110 = 6

0111 = 7

1000 = 8 → **1** 0 0 0 Denna plats är värd **8**

1001 = 9

1010 = 10

1011 = 11

1100 = 12

1101 = 13

1110 = 14

1111 = 15

*Som vi redan har sagt så
fördubblas värdet på positionen för
varje steg åt vänster.*

Övning:

Du ska knäcka den binära koden nedan så att du kan läsa den decimalt. Använd tabellen till höger. (Man brukar skriva binära tal i grupper om fyra så blir det lättare att läsa dem).

1001 0011 1101

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2048$
$2^{12} = 4096...$

Lösning:

$$1 \times 2^{11} + 0 \times 2^{10} + 0 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$

$$= 2048 + 0 + 0 + 256 + 0 + 0 + 32 + 16 + 8 + 4 + 0 + 1 = 2365$$



Omvandling från decimal- till binärform

För att konvertera (omvandla) decimala tal till binära görs detta enklast genom att dividera den decimala siffran med 2 och ta reda på den eventuella rest som kvarstår efter divisionen. Genom att fortsätta att dividera med 2 och ta hand om resten erhåller vi alla binära siffror, en efter en. Om det blir en rest efter en division med 2, markerar man det med en etta, är talet jämt delbart med 2 blir det ingen rest och då skriver man en nolla istället.

Detta förklaras lättast med ett illustrerande exempel.

För talet **25** får vi följande:

$$25 / 2 = 12 \text{ rest } 1 \text{ (sista binära siffran)}$$

$$12 / 2 = 6 \text{ rest } 0 \text{ (näst sista siffran)}$$

$$6 / 2 = 3 \text{ rest } 0$$

$$3 / 2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$1 / 2 = 0 \text{ rest } 1 \text{ (första siffran)}$$

$$\text{Dvs. } 25 = (11001)_2$$

För att inte förväxla olika former av talsystem skriver man ofta dit talbasen, t.ex. genom att innesluta i parenteser och ange talbasen som ett index.

Övning:

Konvertera $(421)_{10}$ till binärt tal.

Lösning:

$$421 / 2 = 211 \text{ rest } 1 \text{ (sista siffran)}$$

$$210 / 2 = 105 \text{ rest } 0$$

$$105 / 2 = 52 \text{ rest } 1$$

$$52 / 2 = 26 \text{ rest } 0$$

$$26 / 2 = 13 \text{ rest } 0$$

$$13 / 2 = 6 \text{ rest } 1$$

$$6 / 2 = 3 \text{ rest } 0$$

$$3 / 2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$1 / 2 = 0 \text{ rest } 1 \text{ (första siffran)}$$

$$\text{Svar: } (421)_{10} = (110100101)_2$$

Olav Melander, UR