



Hur hänger lässvårigheter och matematiksvårigheter ihop?

av Ingvar Lundberg & Görel Sterner

Artikeln har publicerats i tidningen *Dyslexi*, nr 3, 2004.

Ingvar Lundberg är professor i psykologi med inriktning mot utvecklingspsykologi. Han ingår nu i ett forskningsprogram om kommunikation och handikapp vid Göteborgs universitet.

Görel Sterner arbetar med utvecklingsarbete i matematik och skriftspråks- inläring i förskola och grundskola. Hon är knuten till Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, vid Göteborgs universitet.

Att elever som har svårt att lära sig läsa ibland också har svårt att lära sig räkna är kanske inte så förvånansvärt. Men en del barn som har svårt för läsning har faktiskt inte alls svårt för matematik, eller tvärtom; elever med matematiksvårigheter kan vara alldeles utmärkta läsare. Syftet med denna artikel är att försöka reda ut hur sambandet mellan matematik och läsning kan vara.

Vi gjorde en enkät bland ett 70-tal erfarna speciallärare och specialpedagoger som visade att de uppskattade andelen elever med både läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter till c:a 12 % (Sterner & Lundberg, 2001). Det skulle alltså betyda att två till tre elever i varje klassrum har denna dubbla problematik. Hur skall vi förklara detta starka samband? Åtminstone ytligt sett förefaller ju läsning och matematik vara ganska olika. Vid inläringen borde ganska olika kognitiva funktioner tas i anspråk.

Ger lässvårigheter upphov till matematiksvårigheter eller är det möjligen tvärtom? Problemen kanske inte har direkt med varandra att göra, utan det kan vara något gemensamt bakom båda typerna av svårigheter. Det kan också vara så att båda områdena har något gemensamt, de kräver delvis samma typer av kognitiv verksamhet. I princip kan vi alltså tänka oss flera typer av samband eller association mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter.

En gemensam bakomliggande faktor

En typ av samband kan bero på att det finns en *gemensam, bakomliggande* orsak. Detta skulle alltså betyda att det inte är något direkt beroende mellan svårigheterna; de påverkar inte varandra, utan sambandet uppstår genom den bakomliggande faktorn. Ett exempel på ett sådant skensamband är korrelationen mellan antalet häckande storkar och antal födda barn. I Tyskland där man fann ett sådant samband visade det sig att nativiteten var hög på landsbygden, där det naturligt nog också häckade storkar. I stället för att tro på storken får vi alltså söka förklaringen till en gemensam bakomliggande faktor, i detta fall ortstyp.

En bakomliggande faktor som skulle kunna förklara sambandet mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter kunde vara *allmän intelligens*. Om den allmänna kognitiva förmågan är låg blir det naturligtvis svårt att lära sig komplicerade saker. Både läsinläring och matematikinläring kan inrymma oöverstigliga kognitiva hinder.

En mer begränsad aspekt av det kognitiva systemet är människans *arbetsminne*. Här gäller det att hålla information i huvudet medan man genomför en uppgift. Om man t.ex. skall lära sig en enkel regel för hur man snabbt skall komma fram till produkten av 11 och något annat tvåsiffrigt tal, t.ex.



53, så kan man mellan siffrorna i 53 sätta in tvärsumman av dessa tal ($5+3$). Då får man alltså 583. Detta ser mycket enkelt ut på papper när man har siffrorna framför sig. Men att göra detta helt i huvudet är svårare. Då måste man hålla 53 i minnet medan man får fram tvärsumman etc. För att klara sådana uppgifter bra måste man ha ett välfungerande arbetsminne. Det måste man också ha när man läser långa ord eller långa meningar och stycken. Det gäller att minnas vad som stod i början när man kommer till slutet.

En elev som har bristfälligt arbetsminne kan således få problem både med matematik och läsning. Vi skall senare återkomma till arbetsminnet när vi tar upp inläringen av talfakta.

Vi skall också visa att elever med dyslexi ofta har brister i det språkliga arbetsminnet.

För att lära sig namn och termer krävs att man kan bygga upp varaktiga och precisa inre ljudmässiga (fonologiska) föreställningar om orden. *Fonologiska* problem är karakteristiska vid dyslexi. Det kan innebära att en elev med dyslexi kan få problem med matematiken i första hand därför det är så svårt att hålla isär och komma ihåg alla matematiska termer och begrepp. Förmågan att lösa problem eller att tänka kvantitativt behöver egentligen inte vara nedsatt. Antalet matematiska termer som en elev möter under de första skolåren är egentligen ganska många: addera, subtrahera, multiplicera, dividera, lika med, fler än, färre än, volym, yta, längd, bredd, ental, tiotal etc. En del av dem används också i vardagsspråket men ibland med annan innebörd, t.ex. volym kan avse knappen för ljudstyrka. Inläringen av en ny vokabulär kan alltså vålla problem för elever med fonologisk svaghet.

Karakteristiskt för många elever med dyslexi kan vara oförmåga att uppnå full *automatisering* av ordavkodningen. Läsning av ord är en långsam, mödosam och felbemängd verksamhet, medan en duktig läsare läser snabbt, automatiskt, utan ansträngning och korrekt. Orden är genomskinliga; det känns som man går rakt på betydelsen. Automatiserade funktioner är också viktiga i matematiken; det gäller att snabbt och automatiskt få fram talfakta (t.ex. att $5+3=8$), omedelbart känna igen ett problem som en fråga om subtraktion, att lösa en andragradsekvation utan att behöva tänka på varje steg etc. En elev som har problem med att automatisera kognitiva operationer kan alltså få svårigheter både med läsning och med matematik.

Hos en del elever kan man iaktta en viss rigiditet i sättet att arbeta. De håller sig strikt till vissa regler och blir oroliga när reglerna inte är tillämpliga. Hos en läsare kan oregelbundet stavade ord bli oroskällor. De vågar inte heller gissa på basis av sammanhang eller de första delarna av orden utan ljudar sig noga, närmast tvångsmässigt, igenom hela ordet. En sådan *regelrigiditet* ser vi också ofta i matematiken. Här håller man sig strikt till algoritmen, följer noga de inlärdade ritualerna och vågar sig inte på överslagsberäkningar, genvägar och liknande. Regelrigiditeten är inte direkt en fråga om kognitiv funktionsnedsättning utan snarare tycks det gälla en emotionellt baserad hållning, en slags tvångsmässighet som kan ha djupa psykologiska orsaker.

En annan störning som primärt inte är kognitiv till sin natur är *ADHD* (attentional deficit and hyperactivity disorder). Här gäller det koncentrations- och uppmärksamhetsstörningar, impulsivitet, motorisk oro, bristfällig uthållighet och ibland dåligt arbetsminne till följd av oförmåga till fokuserad uppmärksamhet. Barn med ADHD blir också mycket lätt distraherade av ovidkommande stimuli. Symptom på ADHD brukar framträda tidigt i förskoleåldern. Inläringen av läsning, skrivning och matematik i skolan senare kräver uppmärksamhet, uthållighet och koncentration. Det är knappast förvånande om barn med ADHD kan få svårigheter både med läsning och med matematik även om deras kognitiva kapacitet i sig skulle ha räckt väl till.

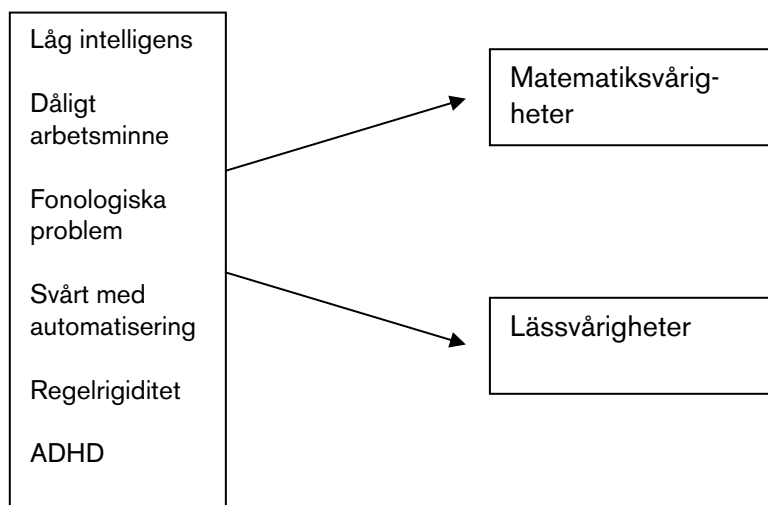
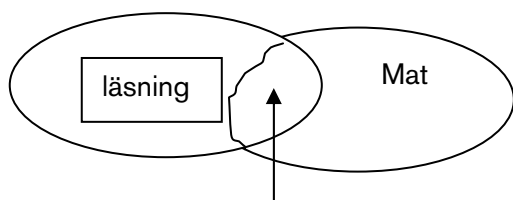


Fig.1. Inget direkt samband mellan matematiksvårigheter och lässvårigheter, men gemensamma bakomliggande faktorer som gör att båda typerna av svårigheter kan uppträda samtidigt hos en elev.

Gemensamma kognitiva krav

Uppgifter som kräver samma eller likartade kognitiva operationer bör visa högt samband. I PISA-undersökningen av kunskaper och färdigheter hos 15-åringar i olika länder (OECD, 2000) kunde man se ett oväntat högt samband mellan läsning och matematik. Korrelationen mellan matematikprestationer å ena sidan och ett sammanvägt mått av ordavkodning och läsförståelse å andra sidan var över +0,80, vilket tyder på att de båda områdena mätte likartade ting. I PISA-undersökningen var matematikuppgifterna utformade för att bli så autentiska, verklighetsanknutna och intressanta som möjligt för 15-åringar. Detta innebar att uppgifterna bäddades in i texter som livfullt målade upp realistiska scenarios. Autenticiteten skapades alltså med hjälp av beskrivande och förklarande text. En väsentlig komponent i kraven på matematik i PISA handlade med andra ord om läsförståelse. Elever med läsproblem fick beskurna möjligheter att visa sina färdigheter i matematik, eftersom de redan snubblade på textförståelsen. Man kan sannolikt också förklara en del av det höga sambandet med att både läsförståelse och problemlösning i matematik kräver allmänintelligens.



Gemensamma kognitiva krav (t.ex. läsförståelse)

Fig.2. Sambandet mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter kan förklaras med att de två färdigheterna inrymmer gemensamma kognitiva krav.

Lässvårigheter kan ge upphov till matematiksvårigheter

Att tidigt misslyckas på ett socialt högt värderat område kan få förödande konsekvenser för *självbilden*. De första stegen i läsinlärningen är kritiska. Om inte mötet med skriften blir mjukt och glädjefullt utan i stället en stressande och förvirrande upplevelse, kan man lätt komma in i onda cirklar; nederlag föder nya nederlag.

Tidiga misslyckanden kan bero på många omständigheter. Somliga barn har konstitutionellt betingade svårigheter kanske av dyslektisk natur. De har bristfällig fonologisk förmåga vilket kan innebära att knäckandet av läskoden blir en övermäktig uppgift särskilt om undervisningen går för fort fram eller genomförs utan insikt och systematik. Andra barn är understimulerade i hemmiljön, har en ganska kaotisk uppväxt och har inte adekvat beredskap för att möta skolans krav.

En grundläggande upplevelse av att inte duga till, inte förstå och inte vara delaktig kan leda till att eleven tappar tron på sin förmåga att lära sig något över huvudtaget i skolan, han/hon förlorar det kognitiva mod som är nödvändigt för att möta nya utmaningar med tillförsikt. En sådan negativ självbild kan lätt sprida sig utanför det område där det stora nederlaget inträffat, t.ex. till inlärningen av matematik. Att förstå hur man räknar kräver mobilisering av mental energi och fokuserad uppmärksamhet. För att befästa färdigheten krävs ihärdig övning. En elev fylld av missmod, uppgivenhet och utanförskap kan inte förväntas ge sig i kast med matematiken med lust och energi.

Man kan naturligtvis också i princip tänka sig den andra orsaksriktningen, att problem med matematikinläring sprider sig till läsinlärningen. Förmodligen är ett vanligt mönster att de två typerna av svårigheter interagerar och förstärker varandra i ett ömsesidigt negativt samspel, där det är svårt att urskilja vad som är orsak och verkan, vad som kommer först och vad som kommer sedan.

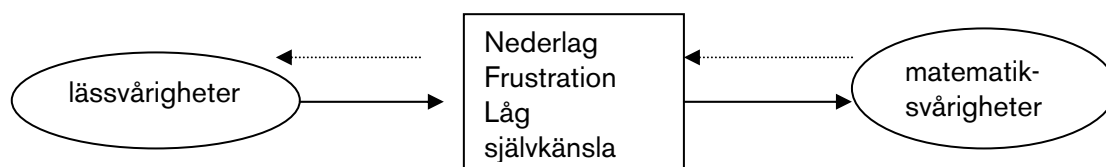


Fig.3. Sambandet mellan lässvårigheter och matematik förmedlas av låg självbild

Läsinlärningens och matematikinlärningens olika sidor

För att förstå sambanden mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter måste vi ha en rimligt detaljerad bild av vilka perceptuella, kognitiva och språkliga krav som läsning respektive matematik inrymmer. Vi har redan antytt en del om detta, men nu kan vi gå vidare och mer systematiskt försöka reda ut frågan.

Fonologisk medvetenhet

En omfattande forskning har visat att fonologisk medvetenhet är en kritisk faktor i läsinlärningen (se t.ex. Høien & Lundberg, 1999). Fonologi har med språkets ljudmässiga uppbyggnad att göra. Vid normal talkommunikation tänker vi inte på hur orden låter eller hur de är uppbyggda; vi är inriktade på budskapets mening och innehåll – vad är det hon säger?

I förskoleåldern börjar många barn också ge akt på språkets formsida – de upptäcker att ord rimmar eller att de låter likadant i början. Det är således fråga om att skifta uppmärksamheten, att



bortse från betydelsen och i stället ge akt på formen. En sådan kognitiv flexibilitet blir viktig när man skall lära sig läsa, men kanske också i matematikinläringen. Ett tal, t.ex. 7, betecknar både en viss mängd (sju äpplen) men har också en kardinalposition, d.v.s. en position i en sekvens (...6, 7, 8...) med bestämda tal före och efter. Talets innebörd beror också på vilken position det intar i tialssystemet (27, 371, 752..). Talet 7 kan ses som $1+6$, $2+5$, $3+4$, $4+3$, $5+2$, $6+1$ eller $8-1$, $9-2$ etc. eller $14:2$, $21:3$ etc. Med andra ord krävs en betydande kognitiv flexibilitet för att utveckla en god taluppfattning. Det är emellertid långt ifrån klarlagt i vilken utsträckning det är fråga om samma slags flexibilitet som den fonologiska medvetenheten inrymmer.

Ordavkodning

När barnet väl förstått hur den alfabetiska koden fungerar återstår en lång väg mot att uppnå en fullt automatiserad ordläsning. Beväpnad med foneminsikt och bokstavskunskap har barnet ett mäktigt instrument för att på egen hand möta skrift i omgivningen och öva upp sin avläsningsförmåga. En sådan självinstruktion förutsätter emellertid uppmuntran och stimulans, vilket inte alla barn får i tillräcklig omfattning.

En förutsättning för god läsning är en väl automatiserad förmåga att känna igen skrivna ord. Man skall inte behöva tänka efter vad som står. Det skall gå av sig självt, snabbt, felfritt och utan ansträngning. Elever som fortfarande med möda måste ljuda sig igenom de skrivna orden får inte tillräckligt med resurser för att ta till sig innehållet, tolka och förstå texten. Inför en matematikuppgift som kräver läsning av text kan svårigheter med orden bli ett hinder av sådan storlek att eleven inte kan visa sin egentliga förmåga att lösa matematiska problem.

Flyt i läsningen

Automatiserad ordavkodning är långt ifrån tillräckligt för god läsning. Det krävs också flyt i läsningen, Satserna och meningarna skall läsas med rätt rytm och rätta grupperingar av orden - inte hackigt och stackatomässigt, Med gott flyt bearbetas texten effektivare, men det goda flytet är också ett uttryck för att bearbetningen är god. Det finns alltså en ömsesidig relation mellan flyt och förståelse (Lundberg & Herrlin, 2003).

Flyt har att göra med att gjuta liv i meningar eller stycken, att få fram den rätta satsmelodin när man läser högt, att man kan läsa sammanhängande text tillräckligt snabbt och felfritt.

Flytande läsning har också en annan sida. Det underlättar för arbetsminnet. När det går långsamt, mödosamt och hackigt med många omtagningar blir det svårt att hålla information i huvudet tills man kommit till slutet på en längre mening eller ett sammanhängande avsnitt. I en matematiktext kan det bli helt ödesdigert att förlora kritiska detaljer på vägen.

Arbetsminnet

Som vi redan framhållit varierar elever i fråga om *arbetsminnets kapacitet*. Och ett välfungerande arbetsminne krävs i både läsning och matematik. Vi gav tidigare exempel på hur arbetsminnet var aktiverat vid multiplikation i huvudet av 11 och andra tvåsiffriga tal. Ett annat exempel är följande: En bokstav presenteras muntligt, t.ex. K. Sedan ges en enkel mening följt av en ja- eller-nej-fråga. (Kanariefåglar tycker om att sjunga. Kan kanariefåglar tala?). Så kommer en ny bokstav, t.ex. M följt av ny mening och enkel fråga. Efter tre, fyra eller fem sådana sekvenser får man uppgiften: "Vilka bokstäver hörde Du? Återge dem i rätt ordning."



Man måste alltså hålla information i huvudet medan man utför andra operationer. I matematiken är detta ett vanligt krav, särskilt vid huvudräkning men också vid uppgifter som inrymmer krav på flera olika operationer. Även om man kanske skriver upp de olika stegen efterhand blir ändå ofta kravet stort på att man håller reda på flera olika ting samtidigt.

I en undersökning av arbetsminnet hos ungdomar och vuxna med uppgifter av den typ som vi exemplifierade ovan (Lundberg & Wolff, 2003) fann vi att individer som tidigare hade fått diagnosen dyslexi hade signifikant mycket sämre resultat. Det genomsnittliga antal poäng på testet som individer utan läsproblem uppnådde var 34 poäng medan motsvarande nivå för personer med dyslexi bara var 25 poäng. Någon motsvarande undersökning av personer med matematiksvårigheter har tyvärr inte gjorts ännu.

I Figur 4 beskrivs arbetsminnets olika sidor. Här skiljer man på det fonologiska arbetsminnet och det mer visuellt baserade. Man tar också upp den mer centrala kontrollnivå från vilken uppmärksamheten dirigeras och där det avgörs om informationen skall in i långtidsminnet för mer permanent lagring. Informationen i arbetsminnet hålls där bara så länge den kan få genomlöpa en slinga. Antingen släpps informationen efter en stund eller också görs ett försök att läsa in den i långtidsminnet.

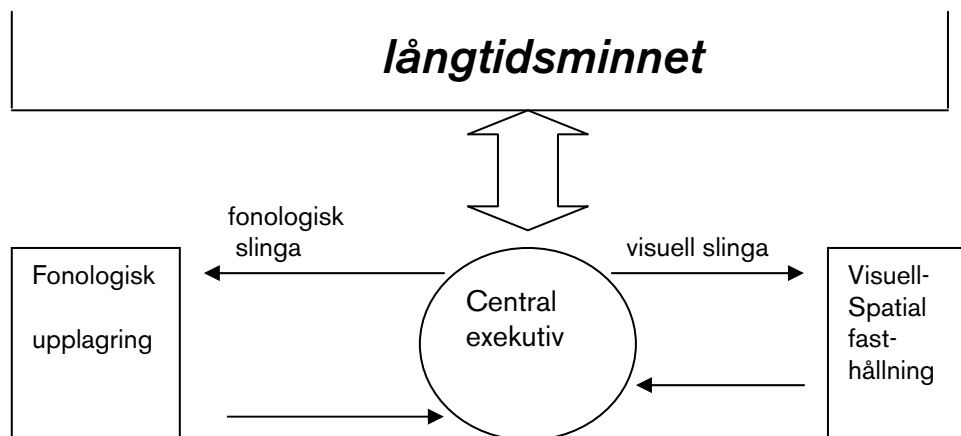


Fig.4 Arbetsminnet. Den centrala exekutiven styr, kontrollerar, övervakar, prioriterar, hämmar etc. uppmärksamheten. Två typer av temporär upplagring finns. Genom att informationen kan cirkulera i slingan kan den hållas fast innan den läses in i långtidsminnet.

Ett effektivt arbetsminne förefaller vara nödvändigt för att lära sig nya ord. Ordet måste hållas fast i arbetsminnet innan det får chans att komma in i långtidsminnet. En person med dyslexi och ett sämre fungerande arbetsminne måste kanske ha 40 möten med ett nytt ord, medan bara 10 möten kan räcka för en person med ett väl fungerande arbetsminne.

Men det är inte bara fråga om att prägla in nya ord, det handlar också om att snabbt få fram dem från långtidsminnet när de behövs. Om orden i en individs inre lexikon är dåligt specificerade med oklar fonologisk och ortografisk struktur kan de bli svårt att hitta rätt. Det tar längre tid att nå fram till ordet och det kan lätt bli fel.



Den visuella-spatiala delen av arbetsminnet kanske är av stor betydelse för den matematiska kompetensen. Studier pekar på att andra områden i hjärnan aktiveras när information i visuell-spatial form bearbetas jämfört med fonologiskt kodad information.

Talfakta

När små barn ska lösa enkla aritmetiska uppgifter av typen $5+3$ så brukar de räkna på fingrarna. Den mest primitiva strategin är att börja från början med ett finger i taget och när man kommit till fem fortsätter man på nästa hand och räknar sex, sju, åtta ("räkna alla"). Något mer avancerat blir det när man "räknar på", d.v.s. man börjar med fem och fortsätter sedan med tre fingrar tills man når åtta.

Efter hand överger de flesta barn dessa enkla men tidskrävande räknestrategier och kan i stället direkt säga vad svaret skall bli. De har börjat lära sig ett växande antal talfakta. Dessa fakta kan de också utnyttja inför mer komplexa uppgifter, t.ex. $42+35$, där de först adderar $30+40$ (via talfakta $3+4=7$) och sedan $5+2=7$ vilket sedan adderas till 70. Här ser vi hur effektiv framplöckning av talfakta, strategisk uppdelning samt ett välfungerande arbetsminne kan ge säkra och snabba lösningar. Barn med matematiksvårigheter har stora svårigheter att lära sig talfakta. De fortsätter in i det längsta med sin primitiva fingerräkning.

En särdeles viktig typ av talfakta är naturligtvis multiplikationstabellen. Elever med dyslexi har ofta stora svårigheter att lära sig tabellen, vilket hindrar dem från att genomföra matematikuppgifter med tillräcklig snabbhet och effektivitet. På läsningens område har vi en liknande problematik. Här handlar det om att utnyttja ortografiska fakta och direkt kunna se vad det är för ord utan att behöva ljuda sig igenom det.

Inläring av talfakta förutsätter sannolikt att man har ett välfungerande arbetsminne med en effektiv fonologisk slinga. Här kanske vi har identifierat en av de viktigaste mekanismerna som kan förklara sambandet mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter. Vi behöver emellertid mer forskning om detta. Vi behöver också veta om det är möjligt att öva upp arbetsminnet. Torkel Klingberg och hans medarbetare har utvecklat en intressant, datorbaserad metodik för detta (Olesen, Westerberg & Klingberg, 2004). Men vi vet ännu inte om träning enligt denna metodik har överspridningseffekter så att t.ex. inläring av talfakta eller ortografiska mönster skulle gå lättare.

Det finns en annan aspekt på arbetsminnet som mer har med den centrala exekutiven att göra. Det gäller snarast kontroll av informationsflödet, lämpliga hämmande funktioner, som håller ordning på impulser. Om t.ex. uppgiften är $6+2$ skulle svaret 7 eller 3 kunna tyda på att kontrollproblem föreligger. Svaret 7 skulle kunna tyda på att siffran 6 automatiskt framkallar associationen 7 (2 framkallar 3). Den centrala exekutivens uppgift är att hålla tillbaka sådana irrelevanta associationer och i stället plocka fram relevanta talfakta. Om den funktionen sviktar kan man alltså få problem av det slag som vi exemplifierat.

Dissociation mellan läsförmåga och matematisk förmåga

Uppenbarligen behöver det inte finnas ett samband mellan lässvårigheter och matematiksvårigheter. Vi har alla träffat på individer som är utmärkta och kanske hängivna läsare men som har stora svårigheter med matematik. Det måste vara något som är specifikt för matematiken som vållar problem, t.ex. oklara föreställningar om kvantiteter, dåligt utvecklat talbegrepp, oförmåga att mobilisera den koncentration som kan vara nödvändig för att en längre tid



brottas med ett matematiskt problem, bristfällig abstraktionsförmåga, en dålig visuell-spatial funktion i arbetsminnet etc. Eftersom matematiken är en komplex domän krävs det en noggrann diagnos för att ringa in de problem som kan finnas. Forskningen om rena matematiksvårigheter är tyvärr inte alls så välutvecklad som forskningen om lässvårigheter, men i takt med att samhälle, arbetsliv och utbildning ställer allt högre krav på matematisk kompetens hos allt fler människor kan man räkna med att forskningsinsatserna om matematiksvårigheter intensifieras.

Vi har också det motsatta fallet – en del individer som har stora läsproblem men lätt för matematik. Mer anekdotiskt brukar man hänvisa till framstående naturvetenskapsmän eller matematiker som anses ha haft särdeles stora svårigheter att lära sig läsa och stava, t.ex. Faraday, Maxwell, Poincaré, Edison, Einstein, Benacerraf, Negroponte etc. Här behöver man mer systematiska studier, kanske med hjälp av modern teknik för avbildning av hjärnaktiviteter.

Vi har i denna översiktliga artikel velat visa att matematik och läsning har en hel del gemensamt, vilket gör att det knappast är förvånande om det finns ett ganska starkt samband mellan svårigheter på båda områden. Men det är från ett pedagogiskt perspektiv angeläget att försöka bedöma mer i detalj vilka av de många möjliga gemensamma komponenterna som är störda. Vi har också visat att de två domänerna ändå är tillräckligt specifika för att svårigheterna kan uppträda var för sig. Genom att ändå ställa svårigheterna mot varandra kanske vi kan få djupare insikter om varje problemområde för sig, vilket både vore en vetenskaplig vinst och till gagn för de individer som drabbas av den ena eller den andra eller båda problemen.

Referenser

Höien, T. & Lundberg, I. (1999). *Dyslexi*. Stockholm: Natur och Kultur.

Lundberg, I. & Herrlin, K. (2003). *God läsutveckling. Kartläggning och övningar*. Stockholm: Natur och Kultur.

Lundberg, I. & Wolff, U. (2003). *DUVAN. Dyslexiscreening för ungdomar och vuxna*. Stockholm: Psykologiförlaget.

Olesen, P.J., Westerberg, H., & Klingberg, T. (2004). Increased prefrontal and parietal activity after training of working memory. *Nature. Neuroscience*, 7, 75-79 (Jan 2004).

Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikundervisning (NCM).